高度な記述式問題（物理）　【サンプル問題（解説・解答例）】

解　説

Ⅰ

(1)　鉛直方向は自由落下運動なので，　$h=\frac{1}{2}gt_1^{2}$　　$\therefore\ t_1=\sqrt{\frac{2h}{g}}$

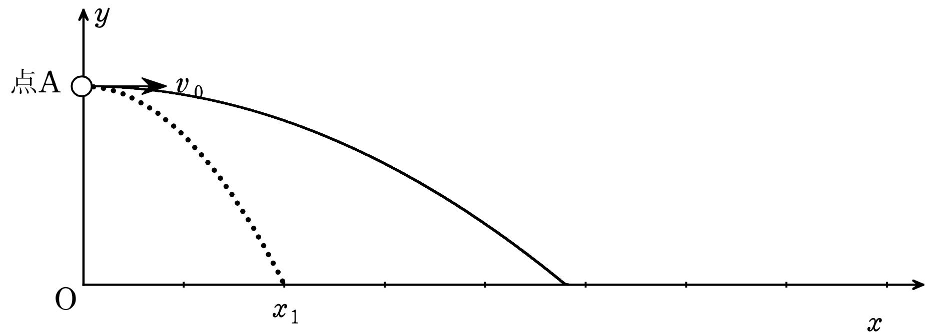
水平方向は等速運動なので，　$x_1=v_0t_1=v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$　　$\therefore\ x_1=v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$

(2)　小球にはたらく力は鉛直方向の月による重力のみなので，小球の軌跡は放物線となる。

鉛直方向の加速度が $\frac{1}{6}g$ となるので，床に達する時間 t_1' は(1)と同様に $t_1'=\sqrt{\frac{12h}{g}}=\sqrt{6}\,t_1$

原点Oから落下点までの距離 x_2 は $x_1'=v_0t_1'=\sqrt{6}v_0t_1=\sqrt{6}\,x_1=2.4\,x_1$

よって， x_1 の 2.4 倍の点に落下する。



(3)　鉛直方向にはたらく力は重力のみなので，自由落下運動となる。　$\therefore\ t_2=t_1=\sqrt{\frac{2h}{g}}$

水平方向にはたらく力は qE なので加速度運動をする。水平方向の加速度を a_x とすると，

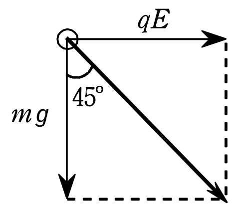
運動方程式より　$ma_x=qE$　これより， $a_x=\frac{qE}{m}$

等加速度直線運動の式より　$x_2=v_0t_2+\frac{1}{2}a_x\,t_2^{2}=v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}+\frac{qEh}{mg}$　　$\therefore\ x_2=v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}+\frac{qEh}{mg}$

(4)　重力と電場がした仕事の分だけ運動エネルギーが増えるので

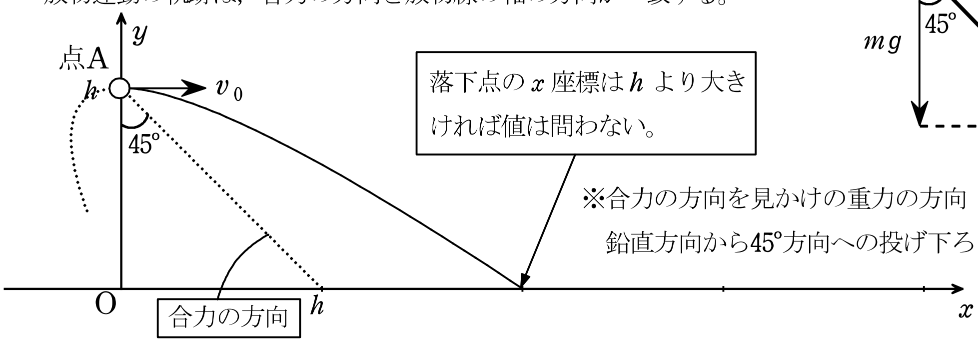
$\frac{1}{2}mv_0^{2}+mgh+qEx_2=\frac{1}{2}mv^{2}$　　$\therefore\ v=\sqrt{v_0^{2}+2gh+\frac{2qEx_2}{m}}$

(5)　重力と電場の力の合力が y 軸負方向から x 軸方向に45° の方向となる。
放物運動の軌跡は，合力の方向と放物線の軸の方向が一致する。



小球にはたらく合力

※合力の方向を見かけの重力の方向（鉛直下向き）と考えると，
鉛直方向から45°方向への投げ下ろしと考えることができる。



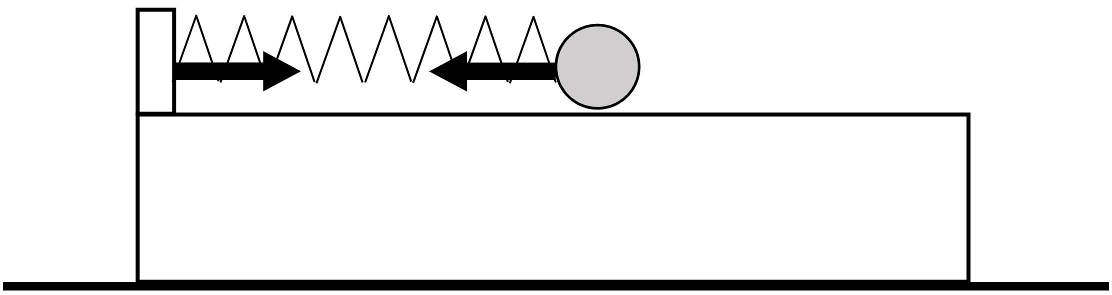
II　解　答　例

(1) バネが自然長になったとき，v_m の値は最大になるので，

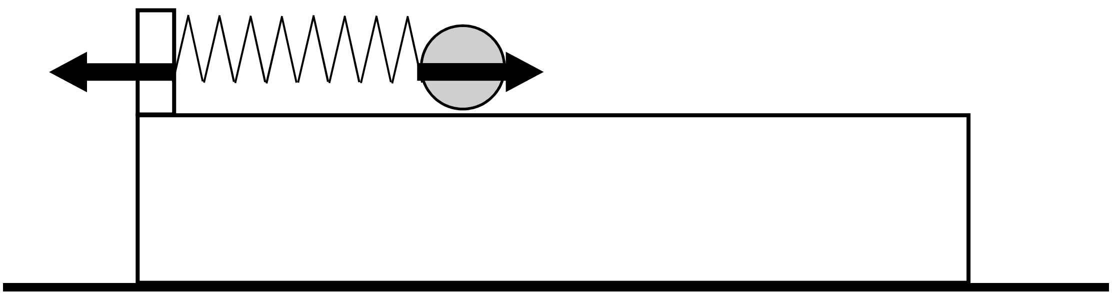
$\frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{1}{2}mv_m^2$ を解いて，$v_m = -x_0\sqrt{\frac{k}{m}}$ となる。

(2) 小球とブロックに働く水平方向の力を図示すると以下のようになる．

バネが自然長より長い場合：



バネが自然長より短い場合：



運動方程式は，以下の様に書くことができる．

小球について：　$-k(x_m - x_M) = ma_m$

ブロックについて：　$k(x_m - x_M) = Ma_M$

(3) 運動量保存の法則，および，エネルギー保存の法則より，下式が成立する．

$$\begin{cases} 0 = mv_m + Mv_M & \cdots\cdots\cdots ① \\ \dfrac{1}{2}kx_0^2 = \dfrac{1}{2}mv_m^2 + \dfrac{1}{2}Mv_M^2 & \cdots\cdots\cdots ② \end{cases}$$

上式①と②より，v_m と v_M を求めると，

$$v_m = \pm\sqrt{\frac{kx_0^2}{m\left(1+\frac{m}{M}\right)}} \quad , \quad v_M = \mp\sqrt{\frac{kx_0^2}{M\left(1+\frac{M}{m}\right)}} \quad .$$

ここで，バネが初めて自然長となる地点では，$v_m > 0$，$v_M < 0$ であるため，

下記のように求められる．　$v_m = \sqrt{\frac{kx_0^2}{m\left(1+\frac{m}{M}\right)}}$　，$v_M = -\sqrt{\frac{kx_0^2}{M\left(1+\frac{M}{m}\right)}}$

さらに，$x_0 < 0$ であることに留意すると，以下のように書ける．

$$v_m = -x_0\sqrt{\frac{k}{m\left(1+\frac{m}{M}\right)}} \quad , \quad v_M = x_0\sqrt{\frac{k}{M\left(1+\frac{M}{m}\right)}}$$

(4) バネの長さが最大になった瞬間を考える．このとき，ブロック上の視点で考えると，小球は静止して見えるので，$v_{mM} = 0$，$v_m = v_M$ が成り立つ．さらに，(3)の①を同時に満たすために，$v_m = v_M = 0$ が成り立つ．

(5) 運動方程式：

小球について　$-k(x_m - x_M) = ma_m$，ブロックについて　$k(x_m - x_M) = Ma_M$

ここで，ブロックから見た小球の加速度は $a_m - a_M$，位置は $x_m - x_M$ であることに着目して，運動方程式を用いて式変形をすると，下式が得られる．

$$-k(m+M)(x_m - x_M) = mM(a_m - a_M)$$

したがって，小球とブロックは，2 物体の重心の位置を中心として，ともに下記の周期 T，見かけのバネ定数 k_m，k_M で単振動をする．

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{mM}{k(m+M)}}\ ,\ \ k_m = k\frac{m+M}{M}\ \ ,\ \ k_M = k\frac{m+M}{m}$$