令和２年度 入学試験問題

数　学

注意事項

試験開始後，問題冊子のページ及び解答用紙の問題の番号を確かめ，落丁，乱丁あるいは印刷が不鮮明なものがあれば新しいものと交換するので挙手すること。

1. 試験開始の合図があるまで問題冊子を開かないこと。
2. 試験開始後，すべての解答用紙に受験番号（2か所）・氏名を記入すること。
3. 各志願者は，下の表 (1) に指示した問題を解答すること。
   情報データ科学部については，$\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{6}$ は必須問題であり，$\boxed{9}$* $\boxed{10}$*は選択問題である。選択問題はいずれか1問を選択し解答すること。選択する場合には，解答用紙左上にある選択欄に ○ を，選択しない場合は ✕ を記入すること。
   教育学部については，志望するコース（系）により，下の表 (2) のように分類する。
4. 解答は，必ず問題と同じ番号の解答用紙のおもて面に記入すること。
5. 解答は明瞭に書くこと。
6. 解答用紙は持ち出さないこと。

表 (1)　(*印は選択問題を表す。いずれか1問を解答すること。)

志望学部	問題の番号
教育学部A 経済学部 環境科学部 水産学部	$\boxed{1}$ $\boxed{2}$
教育学部B 薬学部	$\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ $\boxed{7}$
医学部	$\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{7}$ $\boxed{8}$
歯学部 工学部	$\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ $\boxed{6}$
情報データ科学部	$\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{6}$ $\boxed{9}$* $\boxed{10}$*

表 (2)

分類	志望するコース（系）
教育学部A	小学校教育コース 幼児教育コース 特別支援教育コース 中学校教育コース（文系，実技系）
教育学部B	中学校教育コース（理系）

1 以下はそれぞれ個別の問題である。各問いに答えよ。

(1) ともに零ベクトルでない２つのベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ が $3|\vec{a}| = |\vec{b}|$ であり，$3\vec{a} - 2\vec{b}$ と $15\vec{a} + 4\vec{b}$ が垂直であるとき，$\vec{a}$, $\vec{b}$ のなす角 θ $(0 \leqq \theta \leqq \pi)$ を求めよ。

(2) $a = 4^{50}$, $b = 6^{40}$, $c = 15^{25}$ の常用対数の値を求めよ。また，a, b, c の大小を不等式で表せ。ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

(3) $x = t + \dfrac{1}{t}$ とする。$t > 0$ のとき，$x \geqq 2$ であることを示せ。また，関数

$$y = t^2 + \frac{1}{t^2} - 2a\left(t + \frac{1}{t}\right) \quad (t > 0)$$

の最小値と，そのときの x の値を求めよ。ただし，a は定数とする。

(4) $f(n) = (n-1)n(n+1)$, $g(n) = n^5 - n$ とする。このとき，すべての整数 n に対して，$f(n)$ は 6 の倍数，$g(n)$ は 30 の倍数であることをそれぞれ証明せよ。

（下書き用紙）

2 xy 平面上に直線 $\ell : y = x - 1$ と放物線 $C : y = x^2$ がある。直線 ℓ 上の点 $\mathrm{P}(t, t-1)$ から放物線 C に 2 本の接線 m_1 と m_2 を引き，接点をそれぞれ $\mathrm{Q}_1(s_1, {s_1}^2)$ と $\mathrm{Q}_2\left(s_2, {s_2}^2\right)$ とする。ただし，$s_1 < s_2$ である。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) 2 つの接点のうち，1 つを点 $\mathrm{Q}(s, s^2)$ とする。$\mathrm{Q}(s, s^2)$ における接線の式を s を用いて表せ。また，この接線が点 $\mathrm{P}(t, t-1)$ を通ることから，s の 2 次方程式を作り，和 $s_1 + s_2$ および積 $s_1 s_2$ の値を，それぞれ t を用いて表せ。

(2) 直線 $\mathrm{Q_1Q_2}$ の式を t を用いて表せ。

(3) 直線 $\mathrm{Q_1Q_2}$ は t の値にかかわらず定点 N を通る。N の座標を求めよ。また，この点 N が線分 $\mathrm{Q_1Q_2}$ の中点 M と一致するときの t の値を求めよ。

(4) 直線 $\mathrm{Q_1Q_2}$ と放物線 C とで囲まれる図形の面積 S とするとき，S を t を用いて表せ。また，S を最小にする点 P の座標を求めよ。

（下書き用紙）

3 以下はそれぞれ個別の問題である。各問いに答えよ。

(1) $-\pi \leqq x \leqq \pi$ で定義された関数 $f(x) = 3\sin x \sin 2x + \cos 3x$ がある。

$f(x)$ を $\cos x$ の式で表し，$f(x)$ の最大値および最小値を求めよ。また，そのときの x の値を求めよ。

(2) 不等式 $\dfrac{2}{3} + \log_8(2x^2 - x + 1) \leqq \log_2(x+1)$ を解け。

(3) 0 でなく，かつ 1 でもない複素数 z に対して，複素数平面上に 3 点 $\mathrm{P}\left(\dfrac{1}{z}\right), \mathrm{Q}\left(\dfrac{1}{1-z}\right), \mathrm{R}(1)$ をとる。点 R が線分 PQ を $t : (1-t)$ $(0 \leqq t \leqq 1)$ の比に分けるとき，z は実数ではないことを示せ。

(4) $\alpha = 1 + \sqrt{2}$, $\beta = 1 - \sqrt{2}$ に対して，$P_n = \alpha^n + \beta^n$ とする。このとき，P_1 および P_2 の値を求めよ。また，すべての自然数 n に対して，P_n は 4 の倍数ではない偶数であることを証明せよ。

（下書き用紙）

4 平面上に $\triangle$ABC がある。点 O を $\triangle$ABC の外心とし，外接円の半径を R とする。また，点 H は $\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ を満たす点とする。

$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とするとき，以下の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AH}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{CH}}$ をそれぞれ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表し，AH $\perp$ BC, CH $\perp$ AB であることを示せ。

(2) 線分 OH の中点を P とし，$\triangle$ABC の各辺 AB, BC, CA の中点を，それぞれ L, M, N とする。このとき，$\overrightarrow{\mathrm{PL}}$, $\overrightarrow{\mathrm{PM}}$, $\overrightarrow{\mathrm{PN}}$ をそれぞれ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表し，P は $\triangle$LMN の外心になることを示せ。

(3) 線分 AH の中点を D とするとき，P は線分 DM の中点になることを示せ。

(4) 頂点 A から直線 BC に垂線を下ろし，直線 BC との交点を E とするとき，E は $\triangle$LMN の外接円の周上にあることを示せ。

（下書き用紙）

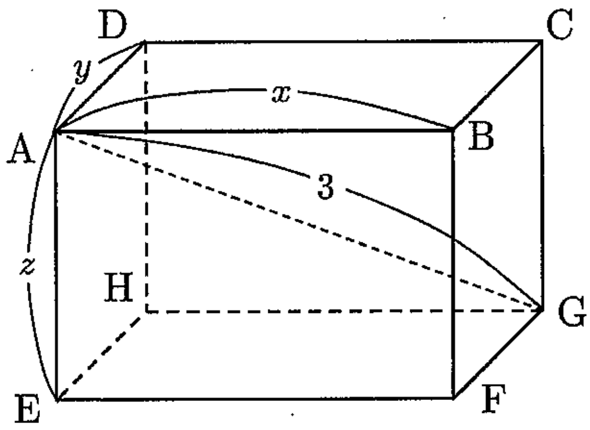
5 下図のように，$\mathrm{AB}=x$, $\mathrm{AD}=y$, $\mathrm{AE}=z$ である直方体 ABCD-EFGH が空間内にある。直方体の対角線 AG の長さを 3，表面積 S を 16 とするとき，以下の問いに答えよ。

(1) $x+y+z$ の値を求めよ。

(2) $y+z$ と yz を x の式で表し，x を用いて y, z を解とする t の 2 次方程式を作れ。

(3) x の値の取り得る範囲を求めよ。

(4) この直方体の体積を V とするとき，V の最大値および最小値を求めよ。また，そのときの x の値を求めよ。



（下書き用紙）

6 自然数 n に対して，

$$a_n = \int_1^e x^2(\log x)^n dx \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

とする。以下の問いに答えよ。

(1) a_1 の値を求めよ。

(2) a_{n+1} を a_n を用いて表せ。また，これを利用して，a_2，a_3，a_4 の値をそれぞれ求めよ。

(3) $x > 0$ で定義された関数 $f(x) = x(\log x - 1)^2$ の増減およびグラフの凹凸を調べ，極値と変曲点を求めよ。

(4) (3) の関数 $f(x)$ について，$x \geqq 1$ における曲線 $y = f(x)$ と x 軸および直線 $x = 1$ で囲まれた図形を F とする。このとき，F を x 軸の周りに 1 回転してできる回転体の体積 V を a_1，a_2，a_3，a_4 を用いて表し，その値を求めよ。

（下書き用紙）

7 各自然数 n に対して，平面上の 2 つの曲線

$$C_n : y = a_n \sin 2x \quad \left(0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}\right)$$
$$D_n : y = a_{n+1} \cos x \quad \left(0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}\right)$$

を考える。ただし，$\{a_n\}$ は，$a_1 = 1$, $a_n \geqq a_{n+1} > 0\ (n = 1, 2, 3, \cdots)$ を満たす x によらない数列とする。以下の問いに答えよ。

(1) 曲線 C_n, D_n の 2 つの交点のうち，x 軸上にない交点の x 座標を p_n とする。このとき，$\sin p_n$ を a_n, a_{n+1} を用いて表し，$0 < p_n \leqq \dfrac{\pi}{6}$ であることを示せ。

(2) 曲線 C_n と x 軸とで囲まれる図形の面積を S_n とするとき，S_n を a_n を用いて表せ。また，$x \geqq p_n$ において，曲線 C_n と D_n とで囲まれる図形の面積を T_n とするとき，T_n を a_n, a_{n+1} を用いて表せ。

(3) すべての自然数 n に対して $T_n = r^2 S_n$ (r は正の定数) が成り立つとき，一般項 a_n を求めよ。また，数列 $\{a_n\}$ が収束するような r の値の範囲を求めよ。

(4) 無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ が収束するような r の値の範囲を求めよ。また，そのときの和を求めよ。

（下書き用紙）

8 長さが a のひもを使って，周の長さが a の正三角形，正方形，正五角形，正六角形，$\cdots$ と順次，正多角形を作ることとする。頂点が n 個の正 n 角形 F_n (n は 3 以上の整数) の面積を S_n，F_n の外接円の半径を r_n とする。以下の問いに答えよ。

(1) S_3 と S_4 をそれぞれ a を用いて表せ。

(2) r_n および S_n をそれぞれ a, n を用いて表せ。

(3) $0 < x \leqq \dfrac{\pi}{3}$ で定義された関数 $f(x) = \dfrac{x}{\tan x}$ の増減を調べよ。

(4) (3) を利用して，3 以上の整数 n に対して，$S_n < S_{n+1}$ であることを示せ。

また，極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} S_n$ を求めよ。さらに，この極限値が図形的にどのような意味を表しているか，簡単に説明せよ。

（下書き用紙）

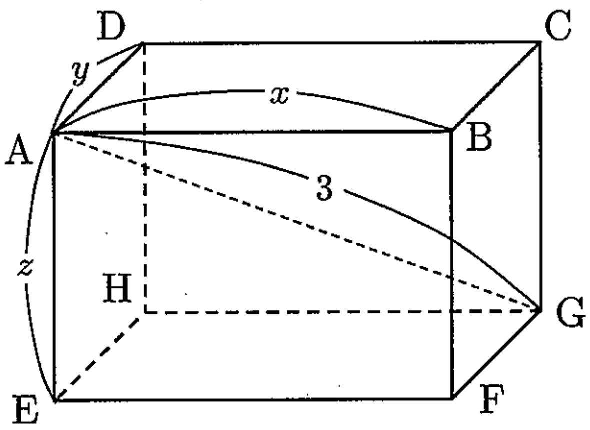
9 * 下図のように，$\mathrm{AB}=x$，$\mathrm{AD}=y$，$\mathrm{AE}=z$ である直方体 ABCD-EFGH が空間内にある。直方体の対角線 AG の長さを 3，表面積 S を 16 とするとき，以下の問いに答えよ。

(1) $x+y+z$ の値を求めよ。

(2) $y+z$ と yz を x の式で表し，x を用いて y, z を解とする t の 2 次方程式を作れ。

(3) x の値の取り得る範囲を求めよ。

(4) この直方体の体積を V とするとき，V の最大値および最小値を求めよ。また，そのときの x の値を求めよ。



（下書き用紙）

$\boxed{10}^{*}$ A 市の有権者のうち，ある政策に対する賛成者の母比率を p $(0 < p < 1)$ とする。A 市の有権者 100 人を無作為に選んだときの，この政策に対する賛成者数を確率変数 X として，$X = k$ のときの確率を $P(X = k)$ $(k = 0, 1, 2, \cdots, 100)$ とする。以下の問いに答えよ。なお，必要に応じて 20 ページの正規分布表を用いてもよい。

(1) $P(X = k)$ を p, k を用いて表せ。

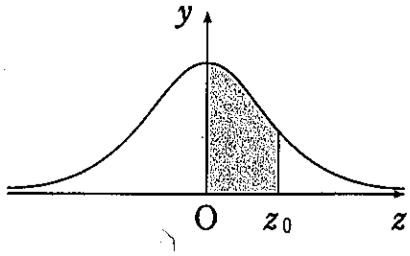
(2) 100 人中 1 人が賛成者ではない確率が，2 人が賛成者ではない確率よりも大きくなるとき，p の値の範囲を求めよ。

(3) $X = 80$ のとき，p に対する信頼度 95% の信頼区間を求めよ。

(4) $P(X = k)$ の自然対数 $\log P(X = k)$ を最大にする p を求めよ。ただし，$k = 1, 2, \cdots, 99$ とする。

正　規　分　布　表

次の表は，標準正規分布の分布曲線における右図の灰色部分の面積の値をまとめたものである。



z_0	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

（下書き用紙）

問題訂正（数学）

$\boxed{4}$の訂正

問題冊子の７ページ $\boxed{4}$の問題文を，以下のように訂正します。

訂正前の問題文

4 平面上に $\triangle$ABC がある。点 O を $\triangle$ABC の外心とし，外接円の半径を R とする。また，点 H は $\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ を満たす点とする。

$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とするとき，以下の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AH}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{CH}}$ をそれぞれ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表し，AH $\perp$ BC，CH $\perp$ AB であることを示せ。

(2) 線分 OH の中点を P とし，$\triangle$ABC の各辺 AB，BC，CA の中点を，それぞれ L, M, N とする。このとき，$\overrightarrow{\mathrm{PL}}$, $\overrightarrow{\mathrm{PM}}$, $\overrightarrow{\mathrm{PN}}$ をそれぞれ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表し，P は $\triangle$LMN の外心になることを示せ。

(3) 線分 AH の中点を D とするとき，P は線分 DM の中点になることを示せ。

(4) 頂点 A から直線 BC に垂線を下ろし，直線 BC との交点を E とするとき，E は $\triangle$LMN の外接円の周上にあることを示せ。

訂正後の問題文　（波線部分を追加します。）

4 平面上に $\triangle$ABC がある。点 O を $\triangle$ABC の外心とし，外接円の半径を R とする。また，点 H は $\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ を満たす点とする。ただし，点 H は 3 点 A, B, C と異なる点であるとする。

$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とするとき，以下の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AH}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{CH}}$ をそれぞれ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表し，AH $\perp$ BC，CH $\perp$ AB であることを示せ。

(2) 線分 OH の中点を P とし，$\triangle$ABC の各辺 AB，BC，CA の中点を，それぞれ L, M, N とする。このとき，$\overrightarrow{\mathrm{PL}}$, $\overrightarrow{\mathrm{PM}}$, $\overrightarrow{\mathrm{PN}}$ をそれぞれ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表し，P は $\triangle$LMN の外心になることを示せ。

(3) 線分 AH の中点を D とするとき，P は線分 DM の中点になることを示せ。

(4) 頂点 A から直線 BC に垂線を下ろし，直線 BC との交点を E とするとき，E は $\triangle$LMN の外接円の周上にあることを示せ。

問題訂正（数学）

$\boxed{10}$* の訂正 (情報データ科学部の選択問題)

問題冊子の 19 ページ $\boxed{10}$* の問題文を，以下のように訂正します。

訂正前の問題文

$\boxed{\mathbf{10}}$* A 市の有権者のうち，ある政策に対する賛成者の母比率を p $(0 < p < 1)$ とする。A 市の有権者 100 人を無作為に選んだときの，この政策に対する賛成者数を確率変数 X として，$X = k$ のときの確率を $P(X = k)$ $(k = 0, 1, 2, \cdots, 100)$ とする。以下の問いに答えよ。なお，必要に応じて 20 ページの正規分布表を用いてもよい。

(1) $P(X = k)$ を p, k を用いて表せ。

(2) 100 人中 1 人が賛成者ではない確率が，2 人が賛成者ではない確率よりも大きくなるとき，p の値の範囲を求めよ。

(3) $X = 80$ のとき，p に対する信頼度 95% の信頼区間を求めよ。

(4) $P(X = k)$ の自然対数 $\log P(X = k)$ を最大にする p を求めよ。ただし，$k = 1, 2, \cdots, 99$ とする。

訂正後の問題文　(波線部分が訂正部分です。)

$\boxed{\mathbf{10}}$* A 市の有権者のうち，ある政策に対する賛成者の母比率を p $(0 < p < 1)$ とする。A 市の有権者 100 人を無作為に選んだときの，この政策に対する賛成者数を確率変数 X として，$X = k$ のときの確率を $P(X = k)$ $(k = 0, 1, 2, \cdots, 100)$ とする。以下の問いに答えよ。なお，必要に応じて 20 ページの正規分布表を用いてもよい。

(1) $P(X = k)$ を p, k を用いて表せ。

(2) 「100 人中 1 人だけが賛成者」ではない確率が，「100 人中 2 人だけが賛成者」ではない確率よりも大きくなるとき，p の値の範囲を求めよ。

(3) $X = 80$ のとき，p に対する信頼度 95% の信頼区間を求めよ。

(4) $P(X = k)$ の自然対数 $\log P(X = k)$ を最大にする p を求めよ。ただし，$k = 1, 2, \cdots, 99$ とする。