

令和2年度 個別学力検査（前期日程）正解・解答例，出題意図等

教科・科目等名：数学

出題意図

1 ベクトル，常用対数，2次関数，整数の知識を問う総合問題

- (1) ベクトルの垂直条件から2つのベクトルのなす角を問う問題であり，基本的事項の理解を問う。
- (2) 3つの数の常用対数を求め，大小を不等式で表す問題であり，基本的事項の理解を問う。
- (3) 相加相乗の平均を利用して2次関数の定義域を定め，最小値を求める問題であり，基本的事項の理解を問う。
- (4) 整数 $n$ の2つの整式が6および30の倍数になることを証明する問題であり，整数の性質の基本的事項の理解を問う。

2 直線と放物線で作る図形の面積に関する問題

- (1) 放物線外の点から引いた2つの接線および接点に関する問題であり，微分法の基本的事項の理解を問う。
- (2) 2つの接点を結ぶ直線の式を求める問題であり，図形と式の基本的事項の理解を問う。
- (3) 直線が通る定点と2つの接点の midpoint の座標に関する問題であり，図形と式の基本的事項の理解を問う。
- (4) 直線と放物線が作る図形の面積の最小値を問う問題であり，積分法の基本的事項の理解を問う。

3 三角関数，対数関数，複素数平面，整数の知識を問う総合問題

- (1) 三角関数を3次関数に置換して最大値と最小値を求める問題であり，三角関数と3次関数の基本的事項の理解を問う。
- (2) 対数不等式を解く問題であり，対数の基本的事項の理解を問う。
- (3)  $z$ で表された複素数平面上の3点の関係から， $z$ が虚数になることを証明する問題であり，複素数の基本的事項の理解を問う。
- (4) 自然数 $n$ に対して $P_n = (1 + \sqrt{2})^n + (1 - \sqrt{2})^n$ のとき， $P_n$ は，4の倍数でない偶数であることを証明する問題であり，整数の性質の理解を問う。

#### 4 平面ベクトルに関する問題

- (1) 平面上の $\triangle ABC$ と点 $H$ があり、内積を使って $H$ が垂心になっていることを証明する問題であり、平面ベクトルの基本的事項の理解を問う。
- (2)  $\triangle ABC$ の外心 $O$ と垂心 $H$ の中点 $P$ は $\triangle ABC$ の各辺の中点を結んでできる $\triangle LMN$ の外心になることを、ベクトルを使って示す問題であり、平面ベクトルの基本的事項の理解を問う。
- (3) 頂点 $A$ と垂心 $H$ の中点を $D$ とするとき、(2)の $P$ は、線分 $DM$ の中点になることをベクトルを使って示す問題であり、平面ベクトルの基本的事項の理解を問う。
- (4)  $\triangle ABC$ の頂点 $A$ から直線 $BC$ に下した垂線の足 $E$ は、 $\triangle LMN$ の外接円の周上にあることを示す問題であり、平面図形の理解を問う。

#### 5 3次関数の最大・最小の問題

- (1) 直方体の対角線と表面積が与えられているとき、直方体の縦、横、高さの3辺の和を求める問題であり、図形と式の基本的な事項の理解を問う。
- (2) 3辺の長さ $x, y, z$ に関して $y, z$ を解とする2次方程式を作る問題であり、式と方程式の基本的事項の理解を問う。
- (3) (2)から、 $x$ の取り得る範囲を問う問題であり、2次方程式の解に関する理解を問う。
- (4) 体積の最大値と最小値を求める問題であり、3次関数の基本的事項の理解を問う。

#### 6 数列と微分・積分に関する問題

- (1) 積分で定義された数列の一般項から初項を求める問題であり、積分法の基本的事項の理解を問う。
- (2) (1)の定義された式から得られる数列の漸化式から第2項、第3項、第4項を順次、求める問題であり、積分法の基本的理解を問う。
- (3) 新たに定義された関数 $f(x)$ の増減およびグラフの凹凸を調べる問題であり、微分法の基本的な理解を問う。
- (4) (3)の関数と $x$ 軸で囲まれたグラフを $x$ 軸の周りに回転してできる回転体の体積を(1)で定義された数列で表し、さらに(2)を活用して体積を求める問題であり、積分法の基本的理解を問う。

7 数列・三角関数・積分の問題

- (1) 数列を係数とする三角関数で表された2つの曲線 $C_n$ ,  $D_n$ の交点の $x$ 座標の範囲に関する問題であり, 三角関数の基本的事項の理解を問う。
- (2) 曲線 $C_n$ と $x$ 軸で囲まれた面積 $S_n$ , 2つの曲線 $C_n$ ,  $D_n$ で囲まれた面積 $T_n$ を, 積分で求める問題であり, 積分法の基本的事項の理解を問う。
- (3)  $T_n = r^2 S_n$ のとき, 数列 $\{a_n\}$ の一般項と数列が収束するための $r$ の条件を問う問題であり, 数列の基本的事項の理解を問う。
- (4) 一般項 $S_n$ の無限級数の和が収束するための $r$ の条件とそのときの和を求める問題であり, 数列の基本的事項の理解を問う。

8 周の長さが一定である正多角形の面積の問題

- (1) 周の長さが $a$ の正三角形および正方形の面積を求める問題であり, 図形の基本的事項の理解を問う。
- (2) 周の長さが $a$ の正 $n$ 角形の外接円の半径 $r_n$ と面積 $S_n$ を求める問題であり, 三角関数の基本的事項の理解を問う。
- (3) 新たに定義された関数 $f(x)$ の増減を調べる問題であり, 三角関数の微分法の理解を問う。
- (4) (3)を利用して面積 $S_n$ は $n$ について単調増加であることを説明し, 極限值を求めるとともに図形的にどのような意味を表すか考えさせる問題であり, 三角関数および数列の理解や図形的な意味を問う。

9 5 と同じ問題

10 確率・統計の問題

- (1) 2項分布の一般項を問う問題であり, 確率の基本的事項の理解を問う。
- (2) 2つの余事象の確率を不等式で解く問題であり, 確率の基本的事項の理解を問う。
- (3) 標本による母比率に対する信頼度95%の信頼区間を求める問題であり, 統計の基本的事項の理解を問う。
- (4) 自然対数を利用して2項分布の確率を最大にする確率変数を求める問題であり, 微分法の理解を問う。