令和7年度 入学試験問題

数　学

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで問題冊子を開かないこと。
2. 試験開始後，すべての解答用紙に受験番号 (2カ所)・氏名を記入すること。
3. **各志願者は，下の表に示した該当する型の問題を解答すること。なお，教育学部と情報データ科学部については，以下の通りとする。**

   教育学部について

   下の表において，**小学校教育コース，幼児教育コース，特別支援教育コース，中学校教育コース (実技系)** の志願者は **教育学部 A** に分類され，**中学校教育コース (理系)** の志願者は **教育学部 B** に分類される。

   情報データ科学部について

   下の表において，**文系受験**による志願者は**情報データ科学部 A** に分類され，**理系受験**による志願者は**情報データ科学部 B** に分類される。
4. **選択問題について**

   $\boxed{1}$ ，$\boxed{4}$ ，$\boxed{8}$ **には選択問題が含まれている。問題冊子内の (注) に従って解答すること。**
5. 解答は，必ず問題と同じ番号の解答用紙のおもて面に，答えだけではなく途中の説明も記入すること。
6. 解答用紙は持ち出さないこと。

試験開始後，問題冊子のページ，及び解答用紙の問題の番号を確かめ，落丁，乱丁あるいは印刷が不鮮明なものがあれば新しいものと交換するので挙手すること。

表

型	志望学部	問題の番号
I	教育学部A 経済学部 環境科学部	$\boxed{1}$ $\boxed{3}$
II	水産学部 情報データ科学部A	$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$
III	教育学部B 薬学部 歯学部 工学部 情報データ科学部B	$\boxed{4}$ $\boxed{5}$ $\boxed{6}$ $\boxed{7}$
IV	医学部	$\boxed{8}$ $\boxed{9}$ $\boxed{10}$ $\boxed{11}$

$\boxed{1}$ 以下はそれぞれ個別の問題である。各問いに答えよ。

(1) 2次関数 $y = ax^2 - 2ax + b\ (-1 \leqq x \leqq 2)$ の最大値が4で，最小値が -2 であるとき，定数 a, b の値を求めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ が，$a_1 = 1$，$a_2 = 4$，$a_{n+2} - 4a_{n+1} + 4a_n = 0\ (n \geqq 1)$ で定義されている。$b_n = a_{n+1} - 2a_n$，$c_n = \dfrac{a_n}{2^n}$ とおくとき，b_n，c_n をそれぞれ n の式で表し，一般項 a_n を求めよ。

(3) $\triangle$ABC において，AB $= 4$, BC $= 6$, CA $= 5$ である。$\angle$A の2等分線と辺 BC が交わる点を D とする。$\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を用いて表せ。また，内積 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ および $|\overrightarrow{\mathrm{AD}}|$ をそれぞれ求めよ。

(注) (4) は選択問題である。(A),(B) いずれか1問を解答すること。選択する問題のアルファベットを解答用紙にある選択欄に記入せよ。

---

(4)

(A)　円 C : $x^2 + y^2 = 1$ がある。この円 C を，y 軸をもとにして x 軸方向に3倍，x 軸をもとにして y 軸方向に2倍した，だ円 D の方程式を求めよ。

また，だ円 D と y 軸との2つの交点を A, B とする。ただし，A の y 座標は正である。点 P(x, y) が，だ円 D 上を動くとき，A と P との距離 AP の最大値と，そのときの P の座標を求めよ。

(B)　$0 \leqq x \leqq 1$ に値をとる確率変数 X の確率密度関数が $f(x) = kx(x-1)$ であるとき，定数 k の値を求めよ。また，X が $\alpha \leqq x \leqq \beta$ の範囲の値をとる確率を $P(\alpha \leqq X \leqq \beta)$ とするとき，$P\left(0 \leqq X \leqq \dfrac{1}{4}\right)$ および $P\left(\dfrac{1}{4} \leqq X \leqq 1\right)$ の値をそれぞれ求めよ。

2 以下はそれぞれ個別の問題である。各問いに答えよ。

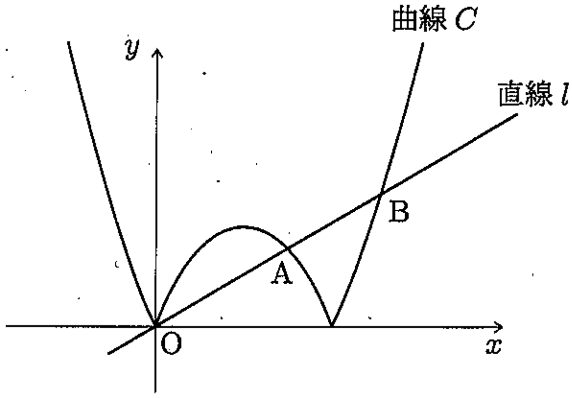
(1) 2 次方程式 $x^2 - 2ax + a = 0$ が $0 < x < 3$ の範囲において異なる 2 つの実数解をもつように定数 a の値の範囲を定めよ。

(2) $0 < y < x < \pi$ のとき，以下の連立方程式の解 (x, y) を求めよ。

$$\begin{cases} \sin x + \cos y = 1 \\ 4\cos^2 x - \sin^2 y = \dfrac{9}{4} \end{cases}$$

(3) 関数 $f(x) = \log_2 x + 2\log_2(3 - x)$ の最大値と，そのときの x の値を求めよ。

3 下図のように，原点を O とする xy 座標平面上における曲線 $C : y = |x^2 - x|$ と直線 $l : y = ax\ (a > 0)$ は，異なる 3 点 O, A, B を共有している。ただし，A の x 座標は B の x 座標より小さいものとする。以下の問いに答えよ。



(1) 2 点 A, B の x 座標を，a を用いてそれぞれ表せ。また，a の取り得る値の範囲を求めよ。

(2) 線分 OA と曲線 C とで囲まれる図形の面積 S_1 を a を用いて表せ。

(3) 線分 AB と曲線 C とで囲まれる図形の面積 S_2 を a を用いて表せ。

(4) (2) と (3) の S_1 と S_2 の和 $(S_1 + S_2)$ の最小値と，そのときの a の値を求めよ。

4 以下はそれぞれ個別の問題である。各問いに答えよ。

(1) 2次関数 $y = ax^2 - 2ax + b\ (-1 \leqq x \leqq 2)$ の最大値が 4 で，最小値が -2 であるとき，定数 a, b の値を求めよ。

(2) $0 < y < x < \pi$ のとき，以下の連立方程式の解 (x, y) を求めよ。

$$\begin{cases} \sin x + \cos y = 1 \\ 4\cos^2 x - \sin^2 y = \dfrac{9}{4} \end{cases}$$

(注) (3) は選択問題である。(A),(B) いずれか 1 問を解答すること。選択する問題のアルファベットを解答用紙にある選択欄に記入せよ。

---

(3)

(A)　円 C : $x^2 + y^2 = 1$ がある。この円 C を，y 軸をもとにして x 軸方向に 3 倍，x 軸をもとにして y 軸方向に 2 倍した，だ円 D の方程式を求めよ。

また，だ円 D と y 軸との 2 つの交点を A, B とする。ただし，A の y 座標は正である。点 $\mathrm{P}(x, y)$ が，だ円 D 上を動くとき，A と P との距離 AP の最大値と，そのときの P の座標を求めよ。

(B)　$0 \leqq x \leqq 1$ に値をとる確率変数 X の確率密度関数が $f(x) = kx(x-1)$ であるとき，定数 k の値を求めよ。また，X が $\alpha \leqq x \leqq \beta$ の範囲の値をとる確率を $P(\alpha \leqq X \leqq \beta)$ とするとき，$0 \leqq a \leqq 1$ における $P(0 \leqq X \leqq a)$ を a を用いて表し，$P(0 \leqq X \leqq a) = \dfrac{7}{20}P(a \leqq X \leqq 1)$ を満たす定数 a の値を求めよ。

$\boxed{5}$ 以下はそれぞれ個別の問題である。各問いに答えよ。

(1) 原点を O とする複素数平面上に，原点 O と異なる 2 点 $\mathrm{A}(\alpha), \mathrm{B}(\beta)$ があり，$4\alpha^2 - 6\alpha\beta + 3\beta^2 = 0$ が成り立つ。このとき，$\dfrac{\beta}{\alpha}$ の値を求めよ。また，$\dfrac{\beta}{\alpha}$ を極形式で表せ。ただし，$0 < \arg\dfrac{\beta}{\alpha} < \pi$ とする。

(2) 数列 $\{a_n\}$ が，$a_1 = 1$，$a_2 = 4$，$a_{n+2} - 4a_{n+1} + 4a_n = 0$ $(n \geqq 1)$ で定義されている。$b_n = a_{n+1} - 2a_n$，$c_n = \dfrac{a_n}{2^n}$ とおくとき，b_n，c_n をそれぞれ n の式で表し，一般項 a_n を求めよ。

(3) 部分積分法を用いて定積分 $\displaystyle\int_0^1 \log(x^2+1)\,dx$ を求めよ。ただし，対数は自然対数とする。

6 図1のように，原点をOとする xy 座標平面上に，曲線 $C: y=x^2$ がある。曲線 C 上の点 $\mathrm{A}(-1, 1)$ と曲線 C 上を動く点 $\mathrm{P}(t, t^2)$ がある。ただし，$-1<t<0$ とする。C 上のAにおける接線を l とし，Aを通り l に垂直な直線を法線 l' とする。同様に C 上のPにおける接線を m とし，Pを通り m に垂直な直線を法線 m' とする。以下の問いに答えよ。

(1) 接線 l および法線 l' の方程式をそれぞれ求めよ。

(2) 接線 m および法線 m' の方程式をそれぞれ t を用いて表せ。

(3) l' と m' の交点をRとする。曲線 C 上をPがAに限りなく近づくとき，Rが限りなく近づく点を $\mathrm{R_0}$ とする。$\mathrm{R_0}$ の座標を求めよ。

(4) (3)の $\mathrm{R_0}$ を中心とし，Aを通る円 D の方程式を求めよ。また，円 D と曲線 C が共有する点のうち，Aと異なる点をBとする。Bの座標を求めよ。

(5) (4)において，円 D と法線 l' が共有する点のうち，Aと異なる点をEとするとき，線分BE，円 D，曲線 C とで囲まれる図形(図2の斜線部，境界を含む)の面積を求めよ。

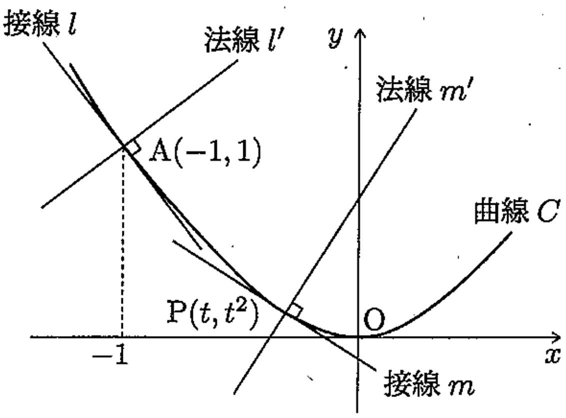


図1

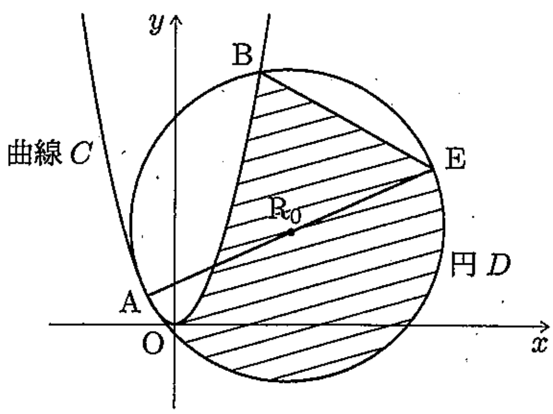
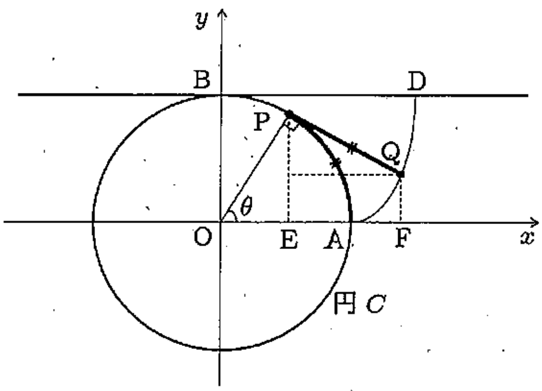


図2

7 下図のように，xy 座標平面上の原点 O を中心とする半径 2 の円 C がある。点 A(2,0)，点 B(0,2) とするとき，点 P は円 C の周上を A から B まで反時計まわりに動くものとする。また，$\angle\mathrm{AOP}=\theta\ \left(0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{2}\right)$ とし，点 Q(x,y) は，$\angle\mathrm{OPQ}$ の大きさが常に $\dfrac{\pi}{2}$ で，線分 PQ の長さが弧 AP の長さに等しくなるように動く。ただし，点 Q の x 座標は常に 2 以上とし，$\theta=0$ のときの Q の位置を A，$\theta=\dfrac{\pi}{2}$ のときの Q の位置を D とする。以下の問いに答えよ。



(1) 弧 AP の長さ l を θ を用いて表せ。また，D の座標を求めよ。ただし，答えのみでよい。

(2) 2 点 P，Q から x 軸に下した垂線と x 軸との交点をそれぞれ E，F とするとき，4 点 P，E，F，Q の座標を θ を用いてそれぞれ表せ。ただし，答えのみでよい。

(3) 定積分 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\theta\sin 2\theta\,d\theta$ および $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\theta^2\cos 2\theta\,d\theta$ を，それぞれ求めよ。

(4) Q(x,y) がえがく曲線と円 C および直線 BD とで囲まれる図形の面積 S を求めよ。ただし，この円 C については $x\geqq 0,\ y\geqq 0$ の円弧で考える。

(5) Q(x,y) がえがく曲線の長さ L を求めよ。

8 以下はそれぞれ個別の問題である。各問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x) = \log_2 x + 2\log_2(3-x)$ の最大値と，そのときの x の値を求めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ が，$a_1 = 1$，$a_2 = 4$，$a_{n+2} - 4a_{n+1} + 4a_n = 0$ $(n \geqq 1)$ で定義されている。$b_n = a_{n+1} - 2a_n$，$c_n = \dfrac{a_n}{2^n}$ とおくとき，b_n，c_n をそれぞれ n の式で表し，一般項 a_n を求めよ。

(注) (3) は選択問題である。(A),(B) いずれか 1 問を解答すること。選択する問題のアルファベットを解答用紙にある選択欄に記入せよ。

---

(3)

(A)　原点を O とする複素数平面上に，原点 O と異なる 2 点 A(α), B(β) があり，$4\alpha^2 - 6\alpha\beta + 3\beta^2 = 0$ が成り立つ。このとき，$\dfrac{\beta}{\alpha}$ の値を求めよ。また，$\dfrac{\beta}{\alpha}$ を極形式で表し，△OAB はどのような三角形か答えよ。ただし，$0 < \arg\dfrac{\beta}{\alpha} < \pi$ とする。

(B)　$0 \leqq x \leqq 1$ に値をとる確率変数 X の確率密度関数が $f(x) = kx(x-1)$ であるとき，定数 k の値を求めよ。また，X が $\alpha \leqq x \leqq \beta$ の範囲の値をとる確率を $P(\alpha \leqq X \leqq \beta)$ とするとき，$0 \leqq a \leqq 1$ における $P(0 \leqq X \leqq a)$ を a を用いて表し，$P(0 \leqq X \leqq a) = \dfrac{7}{20}P(a \leqq X \leqq 1)$ を満たす定数 a の値を求めよ。

9 原点をOとする xy 座標平面上の2点 $A(0, 2)$, $B(1, 0)$ を通る直線を l_1 とし，x 座標が t $(0 \leqq t \leqq 1)$ である線分AB上の点をPとする。Pから x 軸，y 軸に下ろした垂線と，x 軸，y 軸との交点をそれぞれ点Q, 点Rとし，Q, Rを通る直線を l_2 とする。Pが線分AB上をAからBまで動くとき，線分QRが通過してできる図形の周および内部からなる領域を F とする。

ただし，

Pが A と一致するときは，QはOとし，RはAとする。

PがBと一致するときは，QはBとし，RはOとする。

以下の問いに答えよ。

(1) △AOBの周および内部からなる領域を不等式で表せ。ただし，答えのみでよい。

(2) 直線 l_2 の方程式を t の2次方程式 $2t^2 + at + b = 0$ の形で表すとする。a, b をそれぞれ x と y の式で表せ。

(3) 点 $\left(\dfrac{1}{4}, \dfrac{1}{2}\right)$ は領域 F に含まれるかどうかを調べよ。

(4) 領域 F を x と y の不等式で表せ。

(5) 解答用紙の xy 座標平面上に領域 F を図示せよ。また，領域 F が表す図形の面積 S を求めよ。

$\boxed{10}$ xyz 座標空間の xy 平面上に，原点 O を中心とする半径 1 の円 C があり，円 C の周上を動く点を $\mathrm{P}(\cos\theta, \sin\theta, 0)$ とする。また，$z = 1$ で表される平面 T 上に，点 $\mathrm{A}(0,0,1)$ を中心とする半径 1 の円 D があり，円 D の周上を動く点を $\mathrm{Q}(\cos(\theta+\alpha), \sin(\theta+\alpha), 1)$ とする。ただし，θ は $0 \leqq \theta \leqq 2\pi$ の変数とし，α は $0 \leqq \alpha \leqq \pi$ の定数とする。以下の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{PR}} = t\,\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\ (0 \leqq t \leqq 1)$ とする。このとき，点 $\mathrm{R}(x, y, z)$ の x, y, z をそれぞれ t, θ, α を用いて表せ。

(2) (1) の R から z 軸に垂線 RH を下ろし，2 点 R と H の距離を d とする。d^2 を α と t の式で表せ。また，t が $t=0$ から $t=1$ まで変化するとき，d の最小値を α を用いて表し，そのときの t の値を求めよ。ただし，$0 < \alpha \leqq \pi$ とする。

(3) θ が $\theta = 0$ から $\theta = 2\pi$ まで変化するとき，線分 PQ が通過してできる曲面と，xy 平面と平面 T の 2 平面とで囲まれる立体 F の体積 V を α を用いて表せ。

(4) (3) の立体 F は，定数 α の値によって様々な形状になる。立体 F の体積 V が最大，最小になるときの α の値と体積をそれぞれ求め，そのときの形状をそれぞれ答えよ。

11 原点を O とする xy 座標平面上において $y=\sqrt{1-x^2}\ (-1 \leqq x \leqq 1)$ で表される半円を C とし，C 上の 2 点を $\mathrm{Q}_0(-1,0), \mathrm{A}(1,0)$ とする。下図のように，小球 P(以下 P と呼ぶ) は Q_0 より，x 軸の正の向きとなす角が $\theta\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ となるように発射され，P が C 上の点 Q_1 に達すると，$\angle \mathrm{Q}_0\mathrm{Q}_1\mathrm{O}=\angle \mathrm{O}\mathrm{Q}_1\mathrm{Q}_2$ となるように反射される。さらに，P は C 上の点 Q_2 に達すると，同様に $\angle \mathrm{Q}_1\mathrm{Q}_2\mathrm{O}=\angle \mathrm{O}\mathrm{Q}_2\mathrm{Q}_3$ となるように反射される。P は，このような反射を繰り返し，はじめて x 軸に達したとき，静止するものとする。このときの反射の回数を n 回 (最後の反射する点は Q_n) とし，静止する点を $\mathrm{R}_n(x_n, 0)$ とする。以下の問いに答えよ。

(1) P が，1 回の反射で A に達するときの P の軌跡を解答用紙の図 1 に示し，そのときの θ の値を求めよ。また，P が，2 回の反射で A に達するときの P の軌跡を解答用紙の図 2 に示し，そのときの θ の値を求めよ。ただし，θ の値は答えのみでよい。

(2) P が 1 回の反射で x 軸に達するとき，θ の値の範囲を求めよ。このとき，x_1 を $\sin\theta$ の式で表し，x_1 の取り得る値の範囲を求めよ。

(3) P が n 回の反射で x 軸に達するとき，θ の値の範囲を求めよ。また，x_n を n, θ を用いて表せ。

(4) (3) のとき，$\triangle \mathrm{OR}_n\mathrm{Q}_n$ の面積 S_n は，$S_n=\dfrac{\tan 2n\theta \tan\theta}{2(\tan 2n\theta+\tan\theta)}$ と表されることを示し，反射の回数 n が限りなく大きくなる場合は，S_n は限りなく 0 に近づくことを証明せよ。